

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

- а. Продолжительность экзамена: 2 часа 30 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве
Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, степенные функции
Вы должны ответить на три вопроса по своему выбору –
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם –
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 2. דפי נוסחאות (מצורפים).
 3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Ответьте на три из вопросов 1–5 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три ответа в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Последовательности

1. Дана арифметическая прогрессия A , члены которой $a_1, a_2, a_3 \dots$ и в которой 23 члена.

Дано: $a_{12} = 7$, разность этой прогрессии равна 5.

(а) Найдите a_1 .

(б) Найдите сумму членов этой прогрессии с нечетными номерами.

Дана арифметическая прогрессия B , члены которой $b_1, b_2, b_3 \dots$ и в которой тоже 23 члена.

Первым членом прогрессии является 3.

Обозначим разность прогрессии B через d .

Из всех членов прогрессий A и B составляют новую арифметическую прогрессию, члены которой $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots$.

(а) (1) Найдите первый член новой прогрессии.

(2) Выразите при помощи d разность новой прогрессии.

(3) Дано, что сумма все членов новой прогрессии равна 3013.

Найдите d .

Тригонометрия в пространстве

2. На чертеже справа представлен прямоугольный параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$, основание которого $ABCD$ – квадрат.

Диагонали основания $ABCD$ пересекаются в точке O .

Дано, что длина высоты параллелепипеда равна длине диагонали основания.

(а) Найдите величину угла между отрезком OC' и основанием $ABCD$.

Дано, что длина отрезка OC' равна $\sqrt{80}$.

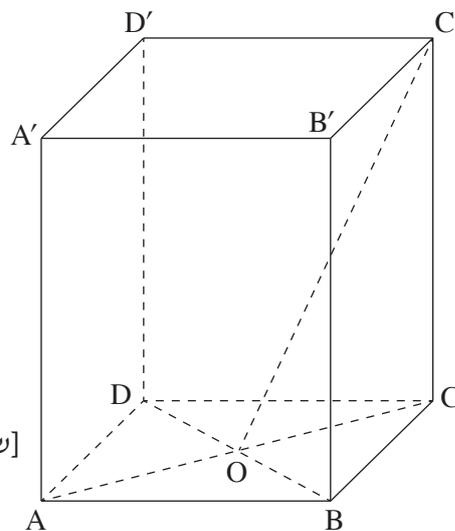
(б) (1) Вычислите площадь треугольника $BC'D$.

(2) Вычислите площадь боковой поверхности [תפוח המעטת] данного параллелепипеда.

(в) Точка M – середина отрезка $A'D'$, а точка P – середина отрезка AD .

(1) Вычислите длину отрезка BP .

(2) Найдите величину угла между отрезком BM и основанием $ABCD$.



**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное
и интегральное исчисление тригонометрических функций,
показательные и логарифмические функции, функции степени**

3. Дана функция $f(x) = (\cos x)^2 - 2 \sin x - 2$, определенная в области $0 \leq x \leq 2\pi$.
- (а) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
 - (б) Начертите схематический график функции $f(x)$.
 - (в) Найдите область положительных значений производной $f'(x)$.
 - (г) Начертите схематический график функции $-f(x)$.

Дана функция $g(x) = -f(x) - 1$.

- (д) Определите, сколько точек пересечения с осью x есть у графика функции $g(x)$. Обоснуйте свой ответ.

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$, a – параметр.

- (а) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнение асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярной оси x .
- (3) Объясните, почему функция $f(x)$ является положительной для любого x в области ее определения.

Дано, что точка $\left(-1, \frac{1}{e^3}\right)$ лежит на графике функции $f(x)$.

- (а) Найдите значение a .

Подставьте значение $a = 2$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (в)–(г).

- (а) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (2) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f(x) + k$, k – параметр.

Дано, что у прямой $y = -2e$ и графика функции $g(x)$ есть в точности две общие точки.

- (а) Найдите значение k .

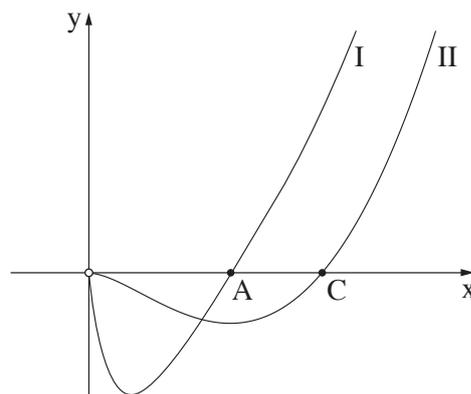
5. На чертеже справа изображены два графика, I и II .

Один из графиков соответствует функции $f(x)$,
 а другой график соответствует производной $f'(x)$.

(к) Определите, какой из графиков I , II соответствует
 производной $f'(x)$. Обоснуйте свой ответ.

Дано: $f(x) = x^2 \cdot (2\ln(x) - 1)$.

- (а) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
 (2) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$
 и определите ее тип по графику.



Точка A – это точка пересечения графика I с осью x ,
 а точка C – это точка пересечения графика II с осью x .

(б) Найдите длину отрезка AC .

Через точку C провели прямую, параллельную оси y .

(г) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком I , прямой, параллельной оси y ,
 и осью x (фигура в первом квадранте).

Желаем успеха!

בהצלחה!